Problemas del Desarrollo. Revista Latinoamericana de Economía, vol. 53, núm. 208, enero-marzo 2022.

Revisitando la reproducción capitalista: equilibrio, redes y competencia intersectorial

John Cajas-Guijarro[a]

Fecha de recepción: 9 de marzo de 2021. Fecha de aceptación: 6 de octubre de 2021.

https://doi.org/10.22201/iiec.20078951e.2022.208.69729

Resumen. Este artículo revisita la reproducción capitalista desde un enfoque de equilibrio, redes y competencia. Así, luego de una revisión de literatura, se presenta un modelo de reproducción capitalista en tres etapas: *1)* se expone cómo el equilibrio en los mercados de bienes limita la distribución sectorial del empleo; *2)* se plantean redes monetarias que permiten reinterpretar la reproducción simple y ampliada usando cadenas de Markov, y *3)* se incorpora el rol de la competencia intersectorial para explicar el surgimiento de la tasa media de ganancia a largo plazo y se exponen algunos aspectos que podrían dificultar ese surgimiento. Al final, se exponen las principales conclusiones y se plantean posibles discusiones futuras sobre la complejidad de la reproducción capitalista.

Palabras clave: esquemas sectoriales; equilibrio; redes monetarias; competencia intersectorial.

Clasificación JEL: B51; C65; O41; P16.

Revisiting capitalist reproduction: equilibrium, networks, and intersectoral competition

Abstract. This article revisits capitalist reproduction with a focus on equilibrium, networks, and competition. Thus, after a literature review, a three-stage model of capitalist reproduction is presented: *1)* Equilibrium in goods markets is shown to limit the sectoral distribution of employment; *2)* Monetary networks are proposed to reinterpret simple and extended reproduction using Markov chains, and *3)* The role of intersectoral competition is incorporated to explain the emergence of the long-run average rate of profit, and some factors that could hinder this emergence are brought to light. The article then presents the main conclusions and possible avenues for future research on the complexity of capitalist reproduction.

Key Words: sectoral schemes; equilibrium; monetary networks; intersectoral competition.

[a] Universidad Central del Ecuador y FLACSO-Ecuador. Correo electrónico: jcajasg@uce.edu.ec

1. Introducción

Entre los mayores aportes *analíticos* de Karl Marx a la economía están sus esquemas de reproducción capitalista –desarrollados en el tomo II de *El capital*–, que describen las interacciones entre dos sectores productivos (especializados en medios de producción y de consumo) necesarias para reproducir el capital a escala simple (magnitudes y proporciones constantes) y ampliada (expansión empujada por la acumulación capitalista). Los resultados de dichos esquemas suelen interpretarse en el contexto de las crisis[1] por desequilibrio sectorial: para que el capital se reproduzca sin desequilibrar los mercados, los sectores productivos deben mantener "proporciones adecuadas" que son difíciles –o hasta imposibles– de alcanzar debido a las presiones de la competencia y demás contradicciones del capitalismo (Sweezy, 1942, pp. 156-162).

Los esquemas de reproducción capitalista son relevantes en el pensamiento económico. Marx se inspiró en la tabla económica de Quesnay, en las que se describen las interacciones necesarias para que la riqueza producida desde la agricultura llegue a las diferentes clases sociales (productivas/agrícolas, rentistas, estériles). A su vez, las reflexiones sectoriales de Quesnay, Marx, von Bortkiewicz y otros, junto con reflexiones sobre equilibrio general, inspiraron a los modelos insumo-producto de Leontief (Baumol y ten Raa, 2009). Incluso los esquemas de producción de subsistencia y con excedente de Sraffa (1960) podrían considerarse cercanos a los esquemas marxistas de reproducción simple y ampliada, respectivamente.

Dada la importancia de los esquemas marxistas, y buscando profundizar sus implicaciones, el presente artículo revisita la reproducción del capital desde un enfoque de equilibrio, redes y competencia intersectorial. Para ello, luego de esta introducción, la sección dos revisa diversa literatura que destaca la relevancia de los esquemas de reproducción. La sección tres contiene dos subsecciones: la primera presenta varios supuestos y esquemas de partida para estudiar el equilibrio sectorial en la reproducción capitalista, a la vez que se presentan redes de flujos monetarios y cadenas de Markov que reinterpretan la reproducción simple y ampliada; la segunda subsección combina las interpretaciones markovianas con la competencia intersectorial para comprender cómo emerge la tasa media de ganancia a largo plazo; asimismo, se exponen algunos aspectos que podrían impedir ese surgimiento, según las condiciones concretas de la competencia real capitalista. Finalmente, en la sección cuatro se presentan conclusiones y se sugieren algunas discusiones futuras.

[1] La crisis puede entenderse genéricamente como la "interrupción temporal" de la reproducción capitalista (Marx, 2010, p. 134; Shaikh, 1978, p. 49).

2. Revisión de la literatura

Los esquemas de reproducción capitalista de Marx motivaron varias reflexiones en la economía marxista,[2] surgiendo una amplia literatura que –sin agotar las posibles sistematizaciones– puede revisarse en cuatro grupos: comentarios tempranos; reinterpretaciones analíticas; intentos de síntesis, y extensiones. Como reseña Sweezy (1942, pp. 162-166), entre los comentarios tempranos destacan los de Tugan-Baranovskij (1905) quien, empleando esquemas con tres sectores, concluyó que si una parte del plusvalor agregado al capital no se divide en proporciones correctas surge una crisis; sin embargo, esa crisis sería evitable, pues todo lo producido tiende a ser vendido. Otro comentario corresponde a Hilferding (2019), quien planteó un modelo de dos sectores donde surgen fluctuaciones y crisis al incluir rezagos de múltiples variables. Por su parte, Luxemburg (2015) criticó los esquemas en varios puntos, incluyendo la poca claridad sobre el dinero, que permite la expansión sectorial en reproducción ampliada (teniendo como posible solución la expansión hacia territorios no capitalistas) (Desai y Veneziani, 2009). En contraste a Tugan-Baranovskij, Luxemburg señala que siempre existe en el capitalismo un problema de demanda agregada (Harcourt y Kriesler, 2016, p. 256; Kalecki, 1967).

Luego de estos comentarios preliminares[3] –incluyendo a Sweezy (1942), Robinson (1951), Kalecki (1968) y otros– vendrán profundas reinterpretaciones matemáticas. Según Diaz y Velasco (2016), el primer trabajo que entra en este segundo grupo de literatura es el de Harris (1972),[4] quien describió cómo el equilibrio simultáneo en los mercados de medios de producción y de consumo requiere que la explotación laboral, la tecnificación y la distribución sectorial del empleo cumplan con reglas de proporcionalidad difíciles de alcanzar, pues cada aspecto responde a fenómenos económicos distintos. Asimismo, Harris concluyó que la explotación es clave para "cerrar" el modelo sectorial de Marx y construir una teoría consistente sobre la tasa de ganancia (1972, pp. 518-519). Posteriormente, los esquemas recibieron mayores reinterpretaciones matemáticas. Aquí pueden citarse, por ejemplo, las generalizaciones matriciales de Roemer (1978), que vinculan a la formación de precios con la acumulación; el rol del dinero y de la demanda efectiva en la reproducción ampliada,

[2] Para una reseña de la historia de la economía marxista, véase Desai (2019).

[3] Para una revisión de otros comentaristas tempranos, véase Rosdolsky (1977, cap. 30).

[4] Previamente ya existían reinterpretaciones matemáticas relevantes, pero de menor divulgación. Por ejemplo, Bronfenbrenner (1966) usó los esquemas para hablar de crisis por "liquidación" y "realización".

según Foley (1983); la reflexión de Nikaido (1983 y 1985) sobre el movimiento de capitales causado por diferenciales entre tasas de ganancia; la discusión de Okishio (1993)[5] sobre el crecimiento sectorial y las contradicciones de la reproducción capitalista (brecha creciente entre producción y consumo, diferencia económica creciente entre trabajadores y capitalistas, desempleo o escasez de empleo, y demás desequilibrios acumulativos); y demás literatura adicional.

Igualmente, los esquemas de reproducción se han discutido en amplias obras de síntesis de economía clásica-marxista. En este tercer grupo de literatura pueden incluirse trabajos como el sistema dual de Morishima (1973, caps. 9-12), las representaciones numéricas y algebraicas de Koshimura (1975, cap. VI), las exposiciones de crisis por compresión de ganancias, subconsumo y crisis fiscal de Roemer (1981, cap. 9), los modelos dinámicos de Foley (1986, cap. 5), los posibles elementos keynesianos y kaleckianos de los esquemas sugeridos por Trigg (2006, caps. 2-3), o recientemente la combinación de los esquemas con análisis insumo-producto y la representación gráfica de flujos monetarios de Tsoulfidis y Tsaliki (2019, cap. 2), junto con la síntesis económico-marxista de Basu (2021, cap. 3).

Se tiene un cuarto grupo de literatura –más heterogéneo–, que recoge trabajos que extienden los esquemas marxistas para discutir fenómenos adicionales al equilibrio y crecimiento sectorial. En él destacan trabajos que han vinculado a los esquemas con dinámicas cíclicas como el de Sherman (1971), quien planteó varios modelos sectoriales que representan las contradicciones causadas por la sobreproducción, concluyendo que un amplio desempleo cíclico provoca un crecimiento económico más lento. Otras interpretaciones cíclicas fueron también propuestas por Laibman (1992) quien, desde una variante del modelo de Goodwin (1967) vinculada con los esquemas de Marx, sugirió una representación esquemática de las crisis periódicas en el capitalismo usando modelos de simulación.[6] Además de las crisis, este mismo cuarto grupo de literatura incluye diversas extensiones a los esquemas marxistas como, por ejemplo, su vínculo con el medioambiente (Burkett, 2004), con sectores no productivos (Olsen, 2015), con interpretaciones probabilísticas de los precios (Cockshott, 2016), con sectores financieros (Veronese Passarella, 2019), o incluso plantea enfoques sectoriales evolutivos que integran dinámicas keynesianas de corto plazo (p. ej. uso de capacidad instalada) con dinámicas clásico-marxistas de largo plazo (p. ej. tasa media de ganancia) (Rotta, 2020).

5 Para una recopilación de aportes japoneses a la economía marxista, véase Itoh (2020).

6 Para una revisión de métodos computacionales en la economía marxista, véase Cogliano *et al.* (2020).

En medio de esta literatura, el presente artículo busca contribuir con una reinterpretación de la reproducción capitalista desde una perspectiva que combina equilibrio sectorial, redes de flujos monetarios y competencia intersectorial, como sugiere el modelo siguiente.

3. Modelo

Equilibrio e interpretación markoviana de la reproducción capitalista

Esquemas de partida y equilibrio sectorial

Partiendo de Harris (1972) se plantean algunos supuestos iniciales. **(A)** Economía cerrada, sin gobierno. **(B)** Existen dos sectores productivos, el sector $i = 1$ que produce medios de producción y el sector $i = 2$ que produce medios de consumo (el subíndice $i = 1, 2$ siempre representará a estos dos sectores). **(C)** Los trabajadores gastan todo su salario sólo en consumo, mientras que los capitalistas pueden consumir, ahorrar o ambos. **(D)** Se pagan salarios al final de la producción.[7] **(E)** Todos los sectores producen en un mismo periodo. **(F)** Siempre existe el dinero necesario para que las mercancías circulen sin problemas de liquidez, pues se asume que hay dos sectores financieros (Fi, $i = 1, 2$) donde el sector Fi concede créditos sólo al sector productivo i (p. ej. el sector productivo i y el sector financiero Fi pertenecen a un mismo grupo económico-financiero).[8] **(G)** Toda deuda se paga en el mismo periodo de producción. **(H)** Existe equilibrio en todos los mercados bajo condiciones de pleno uso de capacidad instalada. **(I)** No hay cambio técnico. **(J)** El sector 1 es más tecnificado que el sector 2. **(K)** Las condiciones de explotación laboral son exógenas (definidas durante la "lucha de clases") e iguales en los dos sectores. **(L)** Todos los trabajadores reciben un mismo salario nominal (existe libre movilidad laboral). **(M)** La distribución sectorial del empleo siempre permite equilibrar los mercados. **(N)** Todas las magnitudes monetarias se miden en precios directos (Shaikh, 1977), es decir, precios directamente

[7] Por simplicidad se cambia el supuesto original de Marx de salarios pagados al inicio de la producción.

[8] Estos sectores financieros evitan la necesidad de un agente central proveedor de dinero (p. ej. gobierno). Esta opción es analizada por Trigg (2006, p. 53). A su vez, se asumen dos sectores financieros distintos y especializados en cada sector productivo para evitar distorsiones al distribuir las ganancias sectoriales entre ganancias productivas e intereses.

proporcionales al tiempo de trabajo socialmente necesario para producir las mercancías; así, para todas las magnitudes medidas en dinero rige la misma expresión monetaria del tiempo de trabajo (véase Moseley, 2016). **(O)** No se permite flujos de capitales entre sectores. Los supuestos **(N)** y **(O)** describen la ausencia de competencia intersectorial, es decir, la ausencia de competencia entre capitalistas de sectores que producen diferentes mercancías (véase Shaikh, 2016).

Asimismo, conviene definir al cociente capital constante-capital variable k_i, al cociente ganancias-salarios ϵ_i, a la tasa de ganancia π_i, medida sólo con respecto al capital constante debido al supuesto **(D)**, y la composición sectorial del capital variable es x:

$$k_i = \frac{C_i}{V_i} \tag{1}$$

$$\epsilon_i = \frac{P_i}{V_i} \tag{2}$$

$$\pi_i = \frac{P_i}{C_i} \tag{3}$$

$$x = \frac{V_1}{V_2} \tag{4}$$

Donde C_i, V_i representan –en dinero– al capital constante (valor de los medios de producción) y al capital variable (valor de la fuerza de trabajo empleada) respectivamente, y P_i representa a las ganancias, todo para el sector i. Dado el supuesto **(N)** de precios directos, se cumple que:

$$C_i = \rho TTRSN_{C_i} \tag{5}$$

$$V_i = \rho TTRSN_{V_i} = wL_i \tag{6}$$

$$P_i = \rho TTRSN_{P_i} \tag{7}$$

Donde ρ es la expresión monetaria del tiempo de trabajo, $TTRSN_{Ci}$ y $TTRSN_{Vi}$ representan respectivamente al tiempo de trabajo socialmente necesario para producir los medios de producción representados en C_i y los medios de consumo representados en V_i, w es el salario nominal por hora trabajada, L_i es el número de horas de fuerza de trabajo empleadas y $TTRSN_{Pi}$ es el plustrabajo o tiempo de trabajo socialmente necesario para producir las mercancías que cubren las ganancias capitalistas en precios directos (Marx, 2009a).

Con respecto a k_i caben algunas observaciones. Por ejemplo, al reescribir (1) usando (5) y (6) se obtiene:

$$k_i = \frac{C_i}{V_i} = \frac{\rho TTRSN_{C_i}}{\rho TTRSN_{V_i}} = \frac{TTRSN_{C_i}}{TTRSN_{V_i}} \tag{8}$$

Por tanto, en precios directos, k_i puede interpretarse como una variable proxy de la composición técnica del capital que estima la tecnificación del sector i. Asimismo, el supuesto **(I)** se representa con una k_i constante, implicando que:

$$g_{C_i} = \frac{dC_i}{C_i} = g_{V_i} = \frac{dV_i}{V_i}, \qquad dC_i, dV_i \geq 0 \tag{9}$$

Donde dC_i y dV_i, respectivamente representan el incremento de C_i y V_i causado por la acumulación capitalista, y g_{C_i}, g_{V_i} son las tasas de crecimiento de C_i y V_i, respectivamente. A su vez, el supuesto **(J)** puede representarse como:

$$k_1 > k_2 \tag{10}$$

En cuanto a ϵ_i, al juntar (2), (6) y (7) se obtiene:

$$\epsilon_i = \frac{P_i}{V_i} = \frac{\rho TTRSN_{P_i}}{\rho TTRSN_{V_i}} = \frac{TTRSN_{P_i}}{TTRSN_{V_i}} \tag{11}$$

Por tanto, en precios directos, ϵ_i equivale a una tasa de explotación, pues refleja la relación entre el plustrabajo $TTRSN_{Pi}$ y el trabajo necesario $TTRSN_{Vi}$ para cubrir los salarios. Por su parte, el supuesto **(K)** implica:

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon \tag{12}$$

Donde ϵ es la tasa media de explotación. En el caso de x, usando (4) y (6) se obtiene:

$$x = \frac{V_1}{V_2} = \frac{wL_1}{wL_2} = \frac{L_1}{L_2} \tag{13}$$

Así, el supuesto **(L)** de salario homogéneo provoca que x sea equivalente a la distribución sectorial del empleo, la cual cumple con:

$$\frac{dx}{x} = g_x = g_{V_1} - g_{V_2} = g_{L_1} - g_{L_2} \tag{14}$$

Donde g_x, g_{L_1}, g_{L_2} son las tasas de crecimiento de x, L_1 y L_2, respectivamente. En cuanto a π_i, al usar (1), (2) y (3) se obtiene:

$$\pi_i = \frac{\epsilon_i}{k_i} \tag{15}$$

Ahora, reescribiendo (15) con (10) y (12) se muestra que la tasa de ganancia del sector 1 (con mayor tecnificación) es menor a la tasa de ganancia del sector 2 (con menor tecnificación):

$$k_1 > k_2 \ \ \rightarrow \ \ \pi_1 = \frac{\epsilon}{k_1} < \pi_2 = \frac{\epsilon}{k_2} \tag{16}$$

Es decir, cuando rigen precios directos y la explotación laboral es igual entre sectores, el sector de mayor tecnificación obtendrá la menor tasa de ganancia. Tal diferencia entre tasas de ganancia podría inducir a que los capitalistas del sector menos rentable deseen movilizar su capital hacia el sector más rentable. Sin embargo, por ahora tal posibilidad se descarta dado el supuesto **(O)** que no permite flujos de capitales intersectoriales.

Sobre las estructuras sectoriales de oferta y demanda, se plantea que el ingreso Y_i que los capitalistas del sector i obtienen al vender sus mercancías se emplea en cubrir costos $(h_i C_i + V_i)$ y ganancias (P_i):

$$Y_i = h_i C_i + V_i + P_i \tag{17}$$

Donde h_i representa la tasa de depreciación del capital constate (que sólo incluye capital fijo valorado a precios corrientes). Para obtener ingresos, las empresas venden sus mercancías a trabajadores y capitalistas, según la demanda efectiva que cada clase ejerce en los mercados. Así, en el mercado de medios de producción la demanda efectiva es representada por el dinero D_1 que los capitalistas gastan para reponer y ampliar sus medios de producción:

$$D_1 = h_1 C_1 + h_2 C_2 + dC_1 + dC_2 \tag{18}$$

En cambio, en el mercado de medios de consumo la demanda efectiva está dada por el dinero D_2 que agrupa al gasto de consumo de capitalistas y trabajadores:

$$D_2 = c_1 P_1 + c_2 P_2 + V_1 + V_2 \tag{19}$$

Donde c_1, c_2 son las tasas de consumo de los capitalistas del sector 1 y 2, respectivamente y $s_1 = 1 - c_1, s_2 = 1 - c_2$ son sus tasas de ahorro. Si se considera que hay equilibrio general en todos los mercados de bienes, entonces:

$$Y_i = D_i \tag{20}$$

Al juntar (17), (18) y (20) se obtiene una condición de equilibrio en reproducción ampliada para el mercado de medios de producción:

$$V_1 + P_1 = h_2 C_2 + dC_1 + dC_2 \tag{21}$$

Mientras que juntando (17), (19) y (20) se obtiene una condición de equilibrio en reproducción ampliada para el mercado de medios de consumo (Marx, 2009b, pp. 617-620):

$$h_2 C_2 + s_2 P_2 = V_1 + c_1 P_1 \tag{22}$$

Y con (21) y (22) se obtiene una condición general de equilibrio en reproducción ampliada:

$$s_1 P_1 + s_2 P_2 = dC_1 + dC_2 \tag{23}$$

En (23) se indica que el ahorro capitalista $(s_1 P_1 + s_2 P_2)$ debe igualar a la acumulación de capital constante $(dC_1 + dC_2)$; tal igualdad equivale a la identidad macroeconómica entre ahorro e inversión de una economía cerrada y sin gobierno.

Ahora, usando (21) con (1), (2) y (4) y empleando los supuestos iniciales, se obtiene:

$$x^{MP} = \frac{k_2 (h_2 + g_{V_2})}{1 + \epsilon - k_1 g_{V_1}} \tag{24}$$

Donde x^{MP} es la distribución sectorial del empleo que equilibra el mercado de medios de producción. La expresión (24) es otra versión de la condición (22), coincide con la expresión (14a) del trabajo de Harris (1972, p. 512), y brinda mayores intuiciones sobre las crisis por desequilibrio sectorial: para que el mercado de medios de producción alcance el equilibrio es necesario que $x = x^{MP}$, igualdad que depende de la tecnificación (k_i), la explotación laboral (ϵ), y el crecimiento del capital variable (g_{Vi}), y que puede ser difícil de alcanzar pues k_i, ϵ, g_{Vi} podrían responder a procesos económicos ajenos a la estructura del mercado laboral que limita los valores de x. Por tanto, el desequilibrio es muy probable.

Asimismo, empleando la condición de equilibrio (22) con (1), (2) y (4) y los supuestos iniciales, se obtiene otra versión de dicha condición:

$$x^{MC} = \frac{h_2 k_2 + s_2 \epsilon}{1 + (1 - s_1)\epsilon} \tag{25}$$

Donde igualmente surge la complejidad de que, para mantener equilibrio en el mercado de medios de consumo, es necesario que $x = x^{MC}$, igualdad que depende de los mismos factores que (24) más las decisiones de ahorro capitalista (s_i).

Por cierto, dada la condición (23), cabe notar que el supuesto **(O)** de imposibilidad de movilizar capitales puede representarse con la siguiente función de inversión:

$$s_i P_i = dC_i \tag{26}$$

Donde s_i termina representando una tasa de inversión que los capitalistas del sector i aplican sobre sus ganancias y que destinan a acumular capital constante, pero sólo en su propio sector, similar a como sugiere Harris (1972, pp. 511-512). Además, juntando (26) con (1), (2), (9) y (14) y agregando el supuesto de que x es constante ($g_x = 0$), se obtiene:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{k_1}{k_2} \tag{27}$$

Así, la imposibilidad de mover capitales provoca que las tasas de ahorro deban cumplir con la igualdad (27) para mantener el equilibrio sectorial a la vez que se mantiene constante la tecnificación; igualdad difícil de alcanzar si la decisión de los capitalistas sobre s_i es guiada por factores exógenos. De hecho, (27) es similar a la expresión (16) de Harris (1972, p. 512). Asimismo,

(27) ayuda a interpretar la descripción de Morishima (1973, p. 118) sobre la función de inversión empleada por Marx (2009b) en sus esquemas. En esa descripción se incluye otro supuesto: los capitalistas del sector 2 ajustan s_2 endógenamente para que no exista ningún desequilibrio sectorial, mientras que los capitalistas del sector 1 imponen s_1 autónomamente (véase Luxemburg, 2015). Bajo ese supuesto, se puede resolver s_2 de (27), reemplazarla en (25) y obtener:

$$x^{MC} = \frac{k_2(h_2 + s_1\epsilon)}{k_1[1 + (1 - s_1)\epsilon]} \tag{28}$$

La variante presentada en (28) ilustra la hipótesis de asimetría, según la cual los capitalistas del sector 1 toman la iniciativa en las decisiones de acumulación (véase Ferrer Ramírez, 2009). Como el presente artículo no requiere profundizar en esta hipótesis, se mantiene el supuesto de s_1 y s_2 exógenas, es decir, se mantiene la condición (25) en lugar de (28).

Todos los resultados obtenidos para el equilibrio sectorial aplican en la reproducción a escala ampliada donde $s_i > 0$ y $dC_i > 0$. En cambio, para obtener las condiciones de equilibrio en reproducción simple, basta plantear $s_i = dC_i = 0$ en (21) o (22), reduciendo ambas a la expresión (29) que es idéntica a la condición identificada por Marx (2009b, p. 487):

$$V_1 + P_1 = C_2 \tag{29}$$

A su vez, si se aplica $s_i = dC_i = 0$ en (25) se obtiene la distribución sectorial del empleo que mantiene el equilibrio en reproducción simple, dada por la expresión (30) que es casi idéntica a la condición (8a) del trabajo de Harris (1972, p. 510).

$$x = \frac{k_2 h_2}{1+\epsilon} \tag{30}$$

Además de resaltar la complejidad del equilibrio sectorial, los esquemas de reproducción aquí presentados también ayudan a formalizar algunas intuiciones marxistas sobre las crisis asociadas a las funciones del dinero de medio de circulación y de pago. Por ejemplo, destaquemos la siguiente idea:

> La posibilidad general de las crisis [viene] dada […] en la medida en que el dinero funciona como medio de circulación […] [y] medio de pago […] si en el momento de venderse la mercancía no vale lo que es su valor, en el momento en que el dinero funciona como medida de valores y, por tanto, de las mutuas obligaciones, no será posible saldar la obligación con el importe de la venta de la mercancía ni podrán saldarse, por tanto, toda la serie de transacciones que retroactivamente dependen de ésta. Y si la mercancía no puede venderse en un determinado plazo, aunque su valor no haya cambiado, no podrá el dinero funcionar como medio de pago, ya que debe funcionar en plazos determinados, establecidos de antemano. Pero, como la misma suma de dinero funciona aquí para una serie de transacciones y obligaciones mutuas, se manifestará [un estado de] insolvencia, no sólo en un punto, sino en muchos puntos y, por tanto, la crisis (Marx, 1980, p. 473).

La complejidad de esa "serie de transacciones y obligaciones mutuas" asociadas a la circulación del dinero en la reproducción capitalista puede interpretarse en términos markovianos. Tal propuesta se sustenta en el trabajo de Leontief y Brody (1993), quienes estudian los flujos monetarios de las relaciones insumo-producto con cadenas de Markov cuyo estado ergódico se toma como equivalente de un equilibrio económico, lo que incluso permite replantear la noción de "velocidad de circulación del dinero". Así, parece pertinente aplicar el mismo principio markoviano, pero para los flujos monetarios asociados a los esquemas de reproducción simple y ampliada.

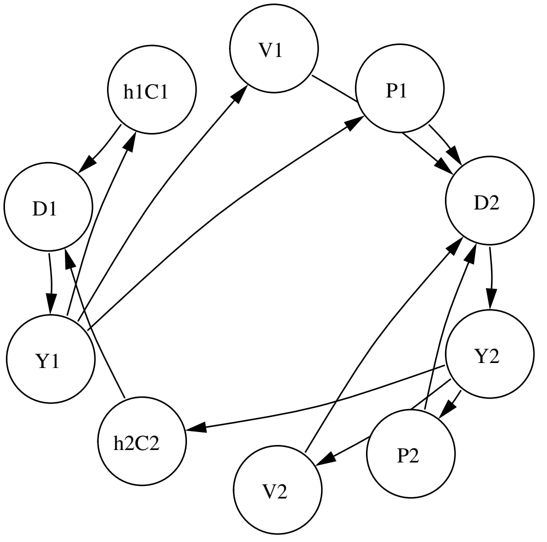
Interpretación markoviana de la reproducción simple

Las expresiones (17) a (20) que definen los equilibrios sectoriales, junto con $s_i = dC_i = 0$, permiten obtener el siguiente sistema de ecuaciones:

$$
RKS \begin{cases} Y_i = h_i C_i + V_i + P_i & (17') \\ h_1 C_1 + h_2 C_2 = D_1 & (18') \\ P_1 + P_2 + V_1 + V_2 = D_2 & (19') \\ D_i = Y_i & (20') \end{cases}
$$

El lado izquierdo de cada ecuación del sistema (*RKS*) indica el origen de un flujo monetario, mientras que el lado derecho indica su destino. Por ejemplo, (17') sugiere que el dinero que originalmente posee la forma de ingresos Y_i obtenidos por los capitalistas del sector i al vender sus mercancías pasa a la forma de costos y ganancias asociados a la depreciación de los medios de producción ($Y_i \to h_i C_i$), los salarios ($Y_i \to V_i$) y las ganancias ($Y_i \to P_i$). Por su parte, (18') indica que el dinero que representa costos en medios de producción $h_i C_i$ pasa a la forma de demanda efectiva en el mercado de medios de producción ($h_i C_i \to D_1$), (19') sugiere que el dinero que representa salarios V_i y ganancias P_i pasa a la forma de demanda efectiva en el mercado de medios de consumo ($V_i \to D_2, P_i \to D_2$), y (20') sugiere que el dinero que originalmente posee la forma de demanda efectiva deviene en ingreso de los capitalistas ($D_i \to Y_i$). Cada uno de estos flujos monetarios pueden tomarse como enlaces direccionados en una red cuyos nodos representan a las diferentes manifestaciones del dinero en reproducción simple (C_i, V_i, P_i, D_i, Y_i) (véase figura 1). A su vez, siguiendo a Leontief y Brody (1993), la red de flujos monetarios en reproducción capitalista simple puede interpretarse como una cadena de Markov en donde el flujo del dinero es guiado según la matriz de transición monetaria M^{RKS} de la tabla 1.

Figura 1. Red de flujo monetario en reproducción capitalista simple



Fuente: elaboración propia.

Tabla 1. Matriz de transición monetaria en reproducción capitalista simple (M^{RKS})

<table>
<tr><th></th><th>h_1C_1</th><th>h_2C_2</th><th>V_1</th><th>V_2</th><th>P_1</th><th>P_2</th><th>D_1</th><th>D_2</th><th>Y_1</th><th>Y_2</th></tr>
<tr><td>h_1C_1</td><td rowspan="8" colspan="6">$0_{8\times 6}$</td><td>1</td><td>0</td><td rowspan="6" colspan="2">$0_{6\times 2}$</td></tr>
<tr><td>h_2C_2</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>V_1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>V_2</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>P_1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>P_2</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>D_1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>D_2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Y_1</td><td>$\alpha_{h_1C_1}$</td><td>0</td><td>α_{V_1}</td><td>0</td><td>α_{P_1}</td><td>0</td><td rowspan="2" colspan="4">$0_{2\times 4}$</td></tr>
<tr><td>Y_2</td><td>0</td><td>$\alpha_{h_2C_2}$</td><td>0</td><td>α_{V_2}</td><td>0</td><td>α_{P_2}</td></tr>
</table>

Fuente: elaboración propia.

Donde:

$$\alpha_{h_iC_i} = \frac{h_iC_i}{Y_i} = \frac{h_ik_i}{h_ik_i + w + \epsilon} \tag{31}$$

$$\alpha_{V_i} = \frac{V_i}{Y_i} = \frac{1}{h_ik_i + w + \epsilon} \tag{32}$$

$$\alpha_{P_i} = \frac{P_i}{Y_i} = \frac{\epsilon}{h_ik_i + w + \epsilon} \tag{33}$$

Es decir, $\alpha_{h_iC_i}, \alpha_{V_i}$ indican la proporción del ingreso Y_i destinado a cubrir los costos asociados a cada tipo de capital, α_{P_i} es la proporción del ingreso que cubre las ganancias ($\alpha_{P_i} = 1 - \alpha_{C_i} - \alpha_{V_i}$), y $0_{A\times B}$ es una matriz de ceros de dimensión $A \times B$. Nótese que $M^{RKS} = \left[m_{d.d'}^{RKS}\right]$ es una matriz de Markov pues todos sus elementos cumplen con $m_{d,d'}^{RKS} \geq 0$ y $\sum_{d'} m_{d,d'}^{RKS} = 1$. Como $\alpha_{h_iC_i}, \alpha_{V_i}, \alpha_{P_i}$ son constantes (dependen de h_i, ϵ, k_i, constantes por los supuestos iniciales), entonces se cumplen las condiciones para estimar la probabilidad de que una unidad monetaria que fluye en la red representada por M^{RKS} adopte una determinada forma en el largo plazo. Tal cuestión puede responderse obteniendo el vector π^{RKS} (columna) de distribución estacionaria de probabilidad de la cadena de Markov asociada a M^{RKS}, definido como:

$$(\pi^{RKS})^T M^{RKS} = (\pi^{RKS})^T, \qquad \sum_d \pi_d^{RKS} = 1, \qquad \pi_d^{RKS} \geq 0 \tag{34}$$

Por álgebra lineal (34) equivale a $(M^{RKS})^T \pi^{RKS} = \pi^{RKS}$, donde π^{RKS} es el vector propio asociado al máximo valor propio de la transpuesta de M^{RKS} (igual a 1 por tratarse de una matriz de Markov). Al resolver (34) se obtiene que las probabilidades estacionarias asociadas a cada manifestación del dinero en reproducción simple son:

$$\pi_{h_i C_i}^{RKS} = \frac{h_i C_i}{3(Y_1 + Y_2)} = \frac{x^{2-i} h_i k_i}{\theta} \tag{35}$$

$$\pi_{V_i}^{RKS} = \frac{V_i}{3(Y_1 + Y_2)} = \frac{x^{2-i}}{\theta} \tag{36}$$

$$\pi_{P_i}^{RKS} = \frac{P_i}{3(Y_1 + Y_2)} = \frac{x^{2-i} \epsilon}{\theta} \tag{37}$$

$$\pi_{Y_i}^{RKS} = \pi_{D_i}^{RKS} = \pi_{h_i C_i}^{RKS} + \pi_{V_i}^{RKS} + \pi_{P_i}^{RKS} \tag{38}$$

Donde $\theta = 3[x(h_1 k_1 + w + \epsilon) + h_2 k_2 + w + \epsilon]$ y x queda dada por la condición (29). Por ende, en reproducción simple y con todos los mercados de bienes en equilibrio, la probabilidad de que a largo plazo una unidad monetaria se manifieste en la forma de depreciación de los medios de producción ($h_i C_i$), salarios (V_i), ganancias (P_i), ingresos (Y_i) o demanda efectiva (D_i) es igual a la participación de cada una de estas formas en el ingreso total $(Y_1 + Y_2)$ divida para 3, siendo ese el número de manifestación diferentes del dinero en reproducción simple (costos/ganancias, ingresos y demanda).

Interpretación markoviana de la reproducción ampliada

De forma análoga a la reproducción simple, puede tomarse las expresiones (17) a (20) junto con (23) para construir un nuevo sistema de ecuaciones que describe los flujos monetarios en reproducción ampliada:

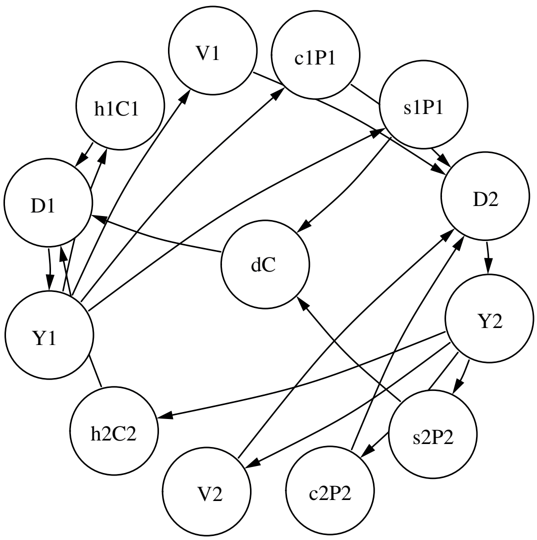
$$
RKA \begin{cases}
Y_i = h_i C_i + V_i + c_i P_i + s_i P_i & (17) \\
h_1 C_1 + h_2 C_2 + dC_1 + dC_2 = D_1 & (18) \\
c_1 P_1 + c_2 P_2 + V_1 + V_2 = D_2 & (19) \\
D_i = Y_i & (20) \\
s_1 P_1 + s_2 P_2 = dC & (23)
\end{cases}
$$

Donde:

$$dC = dC_1 + dC_2 \tag{39}$$

Es el total de acumulación en capital constante. Como en este sistema se emplea la condición (23) donde todo el ahorro iguala a toda la inversión –sin restringir que el ahorro de un sector sólo financie su propia acumulación– la interpretación es válida tanto para casos con o sin competencia intersectorial. Con el sistema (*RKA*) es posible construir una red de flujos monetarios en reproducción capitalista ampliada (véase figura 2), cuyos nodos y enlaces direccionados se construyen siguiendo la misma lógica que en la reproducción simple. Igualmente, desde el sistema (*RKA*) se puede interpretar la red como una cadena de Markov, en donde el flujo del dinero es guiado según la matriz de transición M^{RKA} de la tabla 2.

Figura 2. Red de flujo monetario en reproducción capitalista ampliada



Fuente: elaboración propia.

Tabla 2. Matriz de transición monetaria en reproducción capitalista ampliada (M^{RKA})

<table>
<tr><th></th><th>h_1C_1</th><th>h_2C_2</th><th>V_1</th><th>V_2</th><th>c_1P_1</th><th>c_2P_2</th><th>s_1P_1</th><th>s_2P_2</th><th>D_1</th><th>D_2</th><th>Y_1</th><th>Y_2</th><th>dC</th></tr>
<tr><td>h_1C_1</td><td colspan="8" rowspan="10">$0_{10\times 8}$</td><td>1</td><td>0</td><td colspan="3" rowspan="6">$0_{6\times 3}$</td></tr>
<tr><td>h_2C_2</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>V_1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>V_2</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>c_1P_1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>c_2P_2</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>s_1P_1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>s_2P_2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>D_1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>D_2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Y_1</td><td>$\alpha_{h_1C_1}$</td><td>0</td><td>α_{V_1}</td><td>0</td><td>$\alpha_{c_1P_1}$</td><td>0</td><td>$\alpha_{s_1P_1}$</td><td>0</td><td>0</td><td colspan="4" rowspan="3">$0_{3\times 4}$</td></tr>
<tr><td>Y_2</td><td>0</td><td>$\alpha_{h_2C_2}$</td><td>0</td><td>α_{V_2}</td><td>0</td><td>$\alpha_{c_2P_2}$</td><td>0</td><td>$\alpha_{s_2P_2}$</td><td>0</td></tr>
<tr><td>dC</td><td colspan="8">$0_{1\times 8}$</td><td>1</td></tr>
</table>

Fuente: elaboración propia.

Donde:

$$\alpha_{h_iC_i} = \frac{h_iC_i}{Y_i} = \frac{h_ik_i}{k_i + w + \epsilon}, \quad \alpha_{V_i} = \frac{V_i}{Y_i} = \frac{1}{k_i + w + \epsilon},$$
$$\alpha_{c_iP_i} = \frac{c_iP_i}{Y_i} = \frac{c_i\epsilon}{k_i + 1 + \epsilon}, \quad \alpha_{s_iP_i} = \frac{s_iP_i}{Y_i} = \frac{s_i\epsilon}{k_i + 1 + \epsilon} \tag{40}$$

Dado que los supuestos iniciales provocan que los términos α_j sean constantes, se puede emplear M^{RKA} para obtener el vector de distribución estacionaria π^{RKA}, definido como:

$$(\pi^{RKA})^T M^{RKA} = (\pi^{RKA})^T, \quad \sum_d \pi_d^{RKA} = 1, \quad \pi_d^{RKA} \geq 0 \tag{41}$$

Al resolver (41) se generan las siguientes probabilidades estacionarias:

$$\pi_{h_iC_i}^{RKA} = \frac{h_1C_1}{3(Y_1 + Y_2) + dC} = \frac{x^{2-i}h_ik_i}{\theta + \epsilon(s_1x + s_2)} \tag{42}$$

$$\pi_{V_i}^{RKA} = \frac{V_i}{3(Y_1 + Y_2) + dC} = \frac{x^{2-i}}{\theta + \epsilon(s_1x + s_2)} \tag{43}$$

$$\pi_{c_iP_i}^{RKA} = \frac{(1 - s_i)P_i}{3(Y_1 + Y_2) + dC} = \frac{x^{2-i}(1 - s_i)\epsilon}{\theta + \epsilon(s_1x + s_2)} \tag{44}$$

$$\pi_{s_iP_i}^{RKA} = \frac{s_iP_i}{3(Y_1 + Y_2) + dC} = \frac{x^{2-i}s_i\epsilon}{\theta + \epsilon(s_1x + s_2)} \tag{45}$$

$$\pi_{Y_i}^{RKA} = \pi_{D_i}^{RKA} = \pi_{h_iC_i}^{RKA} + \pi_{V_i}^{RKA} + \pi_{c_iP_i}^{RKA} + \pi_{s_iP_i}^{RKA} \tag{46}$$

$$\pi_{s_1P_1}^{RKA} + \pi_{s_2P_2}^{RKA} = \pi_{dC}^{RKA} \tag{47}$$

Donde $\theta = 3[x(h_1k_1 + 1 + \epsilon) + h_2k_2 + 1 + \epsilon]$ y x quedan dados por la condición (25). Por ende, en reproducción ampliada y equilibrio en los mercados de bienes, la probabilidad de que a largo plazo una unidad monetaria se manifieste en las formas de depreciación (h_iC_i), salarios (V_i), consumo capitalista (c_iP_i), ahorro capitalista (s_iP_i), ingresos (Y_i), demanda efectiva (D_i) o acumulación de capital constante (dC) es igual a la participación que cada una de estas formas posee en el dinero total que se manifiesta en la economía y que incluye a las tres manifestaciones encontradas en reproducción simple (costos/ganancias, ingresos y demanda) reflejadas en $3(Y_1 + Y_2)$ más la manifestación asociada a la acumulación total del capital representada en dC. El hecho de que las probabilidades estacionarias se expresen con referencia a $3(Y_1 + Y_2) + dC$ brinda un elemento útil para el esquema de la siguiente sección.

El rol de la competencia intersectorial en la reproducción capitalista

Un posible esquema general

Desde un enfoque clásico-marxista, varios autores (p. ej. Nikaido, 1983 y 1985, p. 198; Shaikh, 2016, pp. 264-265; Tsoulfidis y Tsaliki, 2019, pp. 255-260) plantean que la diferencia entre las tasas de ganancia induce a la competencia intersectorial. En particular, Shaikh (2016, p. 264) sugiere que cada "nueva inversión fluye más rápido hacia industrias con mayores tasas de ganancia", provocando que en esas industrias se concentre mayor capital y surja una oferta que crece más rápido que la demanda, lo que "empuja hacia la baja a precios y ganancias" (movimiento contrario se observaría en industrias con baja tasa de ganancia). Así, la competencia intersectorial que surge con el movimiento de capitales lleva a un ajuste de precios entre sectores, que incluso a largo plazo pueden tender a los precios de producción e igualar las tasas de ganancia sectoriales (Marx, 2009c; Shaikh, 1977 y 2016). Sin embargo, también esa tendencia puede distorsionarse o hasta pueden surgir tendencias más complejas que generen una heterogeneidad entre tasas de ganancia sectoriales según la forma concreta que adopte la competencia real capitalista, como sugieren Semmler (1981 y 1984), Botwinick (2017) o el propio Shaikh (2016).

En ese sentido, la inclusión de la competencia intersectorial en el presente modelo se justifica, pues los supuestos iniciales provocaban que –en precios directos– los capitalistas del sector 1 obtengan una menor tasa de ganancia que los capitalistas del sector 2, como indica (16). Por tanto, el impacto de la diferencia técnica en las tasas de ganancia sectoriales crea incentivos para que las nuevas inversiones de los capitalistas de ambos sectores entren en la competencia intersectorial, la cual se incluye en el modelo reemplazando los supuestos iniciales **(N)** y **(O)** por los siguientes. **(N')** Todas las magnitudes monetarias se miden en precios que garantizan el equilibro sectorial, siendo diferentes a los precios directos según los efectos de la competencia intersectorial. **(O')** Se permite el libre flujo de capitales entre sectores, de modo que ya no rigen las funciones de inversión representadas en (26). Asimismo, se incluye un nuevo supuesto. **(P)** Existe un solo medio de producción y un solo medio de consumo. Igualmente, se incluyen las siguientes expresiones:

$$C_i = p_1 A_i \tag{48}$$

$$a_i = \frac{A_i}{L_i} \tag{49}$$

$$q_i = \frac{Q_i}{L_i} \tag{50}$$

$$Y_i = p_i Q_i \tag{51}$$

$$M = \rho(L_1 + L_2) \tag{52}$$

$$M = 3(Y_1 + Y_2) + dC \tag{53}$$

Donde p_i, Q_i, A_i representan respectivamente al precio, la cantidad de mercancía producida y la cantidad del medio de producción empleado en el sector i; a_i es una tasa de tecnificación similar a la composición técnica del capital; q_i es la productividad por hora de trabajo; M representa al dinero total que se manifiesta en la economía. Por el supuesto **(I)** se asume que a_i, q_i, son constantes y por el supuesto **(J)** se asume que $a_1 > a_2$. Por el supuesto **(F)**, donde se plantea que siempre existe el dinero disponible para la circulación, se asume que la expresión monetaria ρ es constante, es decir, el dinero que se manifiesta en la circulación siempre guardará la misma proporción respecto al total de horas trabajadas $L_1 + L_2$. Aquí destaca la expresión (53), pues asume que todo el dinero que se manifiesta en la economía recoge a la suma de tres veces el ingreso total (tres manifestaciones: costos/ganancias, ingresos y demanda) más la acumulación capitalista. Así, con (53) se propone que el dinero que representa al valor creado por la fuerza de trabajo $\rho(L_1 + L_2)$ debe considerar a todo el proceso de circulación que lleva al dinero a tomar sus múltiples manifestaciones *M*. De hecho, (53) recoge precisamente al estándar de comparación obtenido de las probabilidades estacionarias provenientes de la interpretación markoviana de la reproducción ampliada, tal como indican los denominadores de (42) a (47).

Juntando (48) a (51) con (17) a (23) y con (3) y (4), surge una nueva condición de equilibrio en reproducción ampliada similar a las condiciones (24) y (25):

$$x = \frac{a_2(h_2 + s_2\pi_2)}{q_1 - a_1(h_1 + s_1\pi_1)} \tag{54}$$

Así, la distribución sectorial del empleo (x) debe cumplir la igualdad (54) para mantener equilibrio sectorial cuando las condiciones técnicas (a_i, q_i, h_i), las decisiones de ahorro (s_i) y las tasas de ganancia (π_i) están dadas. Cabe destacar que en (54) no hay razón que impida el uso de las tasas de ganancia medidas a precios directos o, incluso, tasas de ganancia heterogéneas medidas a precios de mercado, pues la expresión se obtiene desde condiciones genéricas de equilibrio. Además, si se emplean (48) a (51) con (17), (3) y (4), se obtienen expresiones para los precios de las mercancías vendidas por cada sector:

$$p_1 = \frac{w}{q_1 - a_1(h_1 + \pi_1)} \tag{55}$$

$$p_2 = \frac{p_1 a_2(h_2 + \pi_2) + w}{q_2} \tag{56}$$

A su vez, usando (48) a (53) y (23) y (39), se obtiene:

$$\frac{3(p_1 q_1 x + p_2 q_2) + p_1(s_1\pi_1 a_1 x + s_2\pi_2 a_2)}{x + 1} = \rho \tag{57}$$

Así, (54) a (57) conforman un sistema de cuatro ecuaciones con cinco incógnitas $(x, \pi_1, \pi_2, p_1, p_2)$ que puede entenderse como un esquema general con un grado de libertad.

La dinámica de la competencia intersectorial

Para "cerrar" el sistema (54) a (57), puede incluirse la dinámica de la competencia intersectorial provocada por el flujo de capitales permitido en el supuesto **(O')**. Por ejemplo, puede plantearse las siguientes funciones de inversión:[9]

$$\frac{dA_1}{A_1} = g_{A_1} = \gamma_0 + \gamma_1(\pi_1 - \pi_2), \qquad \gamma_0, \gamma_1 > 0 \tag{58}$$

$$\frac{dA_1}{A_2} = g_{A_2} = \gamma_0 + \gamma_2(\pi_2 - \pi_1), \qquad \gamma_0, \gamma_2 > 0 \tag{59}$$

Donde g_{Ai} es la tasa de crecimiento de los medios de producción empleados en el sector i. Las funciones (58) y (59) sugieren que los capitalistas de cada sector tienden a incrementar sus medios de producción ("acumulación real") en una tasa autónoma γ_0 idéntica para los dos sectores y que es alterada según la diferencia sectorial entre tasas de ganancia: cuando $\pi_i > \pi_j$ los capitalistas del sector j acumularán menos medios de producción en su propio sector y moverán capital al otro sector, siempre respetando la igualdad macro entre ahorro e inversión dada en (23). Restando (58) y (59) se obtiene:

$$g_{A_1} - g_{A_2} = \gamma(\pi_1 - \pi_2), \qquad \gamma = \gamma_1 + \gamma_2 \tag{60}$$

La expresión (60) es idéntica a la ecuación (5) sugerida por Dutt (1988, p. 141) (véase también Dutt, 1997, p. 447) para estudiar los movimientos intersectoriales de capitales. Como no existe cambio técnico ($a_i = A_i/L_i$ constante), entonces:

$$g_{A_i} = g_{L_i} \tag{61}$$

Juntando (61) con (60), (13) y (14) se obtiene:

$$g_x = \frac{dx}{x} = \gamma(\pi_1 - \pi_2) \tag{62}$$

9 La inclusión de la tasa de ganancia en (58) y (59) se inspira en Robinson (1956 y 1962). Para otras alternativas, véase Araujo y Teixeira (2015). Se emplean dos funciones de inversión, pues los capitalistas "hacen muchas cosas como una clase, pero ciertamente no invierten como una clase" (Kalecki, 1967, p. 455).

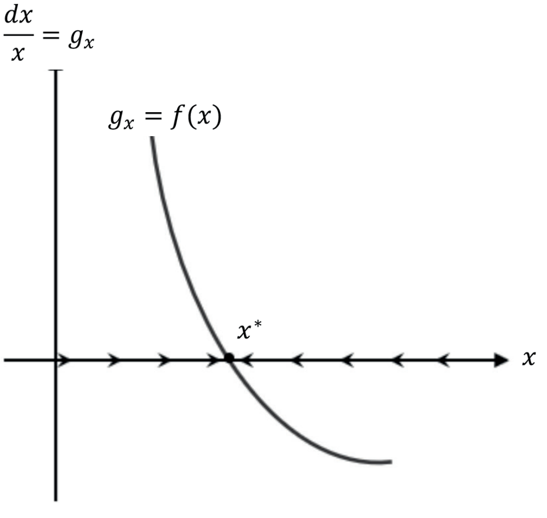
Donde (62) indica cómo, a causa del movimiento de capitales motivados por diferenciales entre tasas de ganancia, cambia la tasa de crecimiento de x. Así, (62) junto con (54) a (57) completan un sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas que, al simplificarse, se resume en la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{x} = g_x = f(x, h_i, a_i, s_i, q_i, \rho, \gamma, w) \tag{63}$$

Donde h_i, a_i, s_i, q_i, ρ, w son parámetros constantes. Asumiendo un caso simplificado **(Q)** donde no hay depreciación ($h_i = 0$), se ahorran todas las ganancias ($s_i = 1$) y la expresión monetaria del trabajo se estandariza ($\rho = 1$), puede plantearse una versión compacta de (63) con comportamiento estable y con un valor de equilibrio x^* positivo (véase figura 3).

$$\frac{dx}{x} = g_x = \frac{q_1\gamma\{a_2[(1-3w) - x(7w-1)] - 4a_1wx^2\}}{a_1[(1-3w) + x(1+w)](a_1x + a_2)} \tag{64}$$

Figura 3. Dinámica simplificada de la distribución sectorial del empleo



Fuente: elaboración propia.

Para identificar x* nótese que, a largo plazo, la competencia intersectorial iguala las tasas de ganancia sectoriales con la tasa media π*:

$$\pi_1 = \pi_2 = \pi^* \quad \rightarrow \quad g_x = 0 \tag{65}$$

Reemplazando (65) en (54) a (57) puede obtenerse un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas (x^*, p_1^*, p_2^*, π^*) que garantiza el equilibrio en reproducción ampliada para el largo plazo considerando una competencia intersectorial que genera una tasa media de ganancia π* y precios de producción p_i^*:

$$x = \frac{a_2(h_2 + s_2\pi)}{q_1 - a_1(h_1 + s_1\pi)} \tag{66}$$

$$p_1 = \frac{w}{q_1 - a_1(h_1 + \pi)} \tag{67}$$

$$p_2 = \frac{p_1 a_2(h_2 + \pi) + w}{q_2} \tag{68}$$

$$\frac{3(p_1 q_1 x + p_2 q_2) + p_1 \pi(s_1 a_1 x + s_2 a_2)}{x \ + 1} = \rho \tag{69}$$

Empleando nuevamente el caso simplificado **(Q)** se obtienen las siguientes soluciones del sistema (66) a (69):

$$x^* = \frac{\psi - a_2(7w - 1)}{8a_1 w} = \frac{\Delta}{8a_1 w} \tag{70}$$

$$p_1^* = \frac{\psi + a_2(1 + w)}{8a_2 q_1} \tag{71}$$

$$p_2^* = \frac{\psi - a_2(7w - 1) + 8a_1 w}{8a_1 q_2} \tag{72}$$

$$\pi^* = \frac{q_1\{2a_1(1 - 3w) + a_2(7w - 1) - \psi\}}{2a_1(a_1 - a_2)(1 - 3w)} \tag{73}$$

Donde:

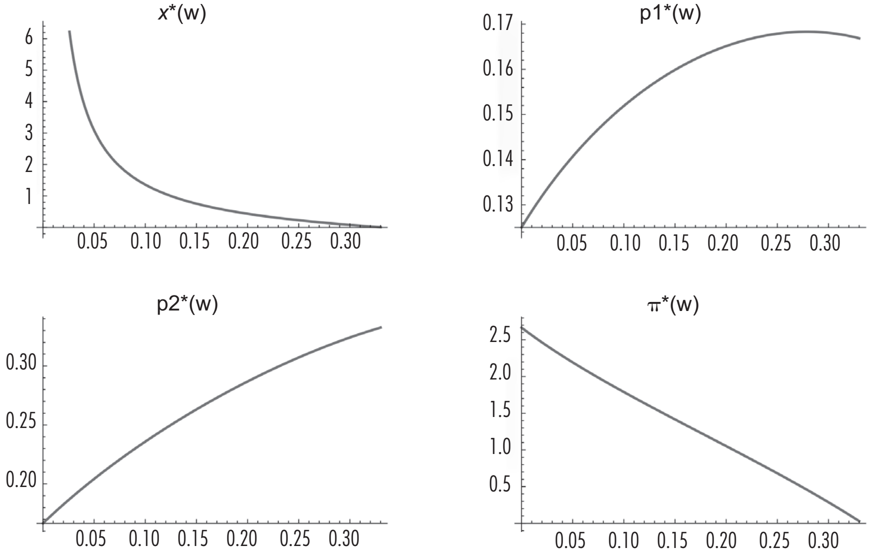
$$\psi = \sqrt{16a_1a_2w(1-3w) + a_2^2(7w-1)^2} = a_2(7w-1) + \Delta,$$

$$\Delta > 0 \quad si \quad w < \frac{1}{3} \tag{74}$$

Aquí surgen algunas interpretaciones. Por ejemplo, (70) muestra que, mientras más alta sea la tecnificación del sector 1 con respecto al sector 2 $(\uparrow a_1, \downarrow a_2)$, la distribución sectorial del empleo de equilibrio será menor $(\downarrow x^*)$, es decir, existirá menos peso relativo del sector 1 en el total del empleo. A su vez, para que a largo plazo $x^* > 0$ es necesario que $w < \frac{1}{3}$, caso contrario no existe una x^* que, simultáneamente, garantice equilibrio sectorial y estabilidad, limitación que podría considerarse como otra manifestación de una posible crisis por desequilibrio sectorial. Así, se nota cómo la distribución del empleo –y su dinámica– sigue estando condicionada si se desea evitar el desequilibrio.

En este contexto destaca el efecto del salario nominal sobre cada solución del modelo dentro del rango de valores positivos de largo plazo (véase figura 4). Volviendo a (70) se nota que, al aumentar el salario el sector 2 tiende a absorber relativamente más empleo que el sector 1 $(\uparrow w \rightarrow \downarrow x^*)$, lo que tiene sentido pues un mayor salario implica una mayor demanda efectiva de medios de consumo precisamente producidos por el sector 2. Por su parte, (71) sugiere un posible vínculo no monótono entre el salario y el precio de producción del sector 1; en cambio, desde (72) se identifica que un mayor salario siempre aumenta el precio de producción del sector 2. Una relación llamativa proviene de (73), donde existe un vínculo inverso entre la tasa media de ganancia y el salario $(\uparrow w \rightarrow \downarrow \pi^*)$, similar a los resultados de Sraffa (1960, p. 25) y Morishima (1973, p. 64), pero con la diferencia de que esa relación inversa proviene de un enfoque marxista donde la expresión monetaria del trabajo ρ se define aprovechando los resultados de la interpretación markoviana de la reproducción ampliada.

Figura 4. Efecto del salario sobre empleo, precios de producción y tasa media de ganancia



Nota: simulación numérica obtenida con $q_1 = 2$; $q_2 = 1$; $a_1 = 0.75$; $a_2 = 0.5$; $\gamma = 1$.
Fuente: elaboración propia.

La complejidad del equilibrio de largo plazo

Un punto que se desea resaltar con el modelo presentado en este artículo es cuán complejo puede resultar que el capitalismo alcance estabilidad y equilibrio sectorial a largo plazo si se considera la competencia intersectorial en su real magnitud. El propio hecho de que la distribución sectorial del empleo de largo plazo deba ser x^* y que su dinámica esté limitada por (63) puede plantear serios problemas de proporcionalidad si se considera que la participación de cada sector productivo en el empleo puede depender del “desarrollo capitalista” de cada sociedad (a más de factores como, por ejemplo, la ubicación dentro del comercio internacional como país capitalista central o periférico-dependiente). Asimismo, las diferencias estructurales entre los sectores 1 y 2 pueden provocar que x difiera de x^* incluso en el largo plazo, provocando diferencias persistentes en las tasas de ganancia sectoriales, e impidiendo así el surgimiento de los precios de producción y una sola tasa media de ganancia. De hecho, Semmler (1981, pp. 41-42; 1984) indica que la teoría marxista de la competencia admite diferenciales de largo plazo en las tasas de ganancia por factores como: desequilibrios entre oferta y demanda y elevados tiempos de rotación del capital; restricciones a las condiciones de producción y limitaciones en los movimientos de capitales; elevada productividad en algunas empresas de un sector que no se generaliza en las demás empresas. Para ilustrar esta posibilidad, se puede reemplazar las funciones de inversión de (58) y (59) con las siguientes:

$$g_{A1} = \gamma_{01} + \gamma_1(\pi_1 - \Theta\pi_2), \qquad \gamma_{01}, \gamma_1 > 0 \tag{58'}$$

$$g_{A2} = \gamma_{02} + \gamma_2(\Theta\pi_2 - \pi_1), \qquad \gamma_{02}, \gamma_2 > 0 \tag{59'}$$

Donde se agregan los siguientes supuestos. **(R)** El incremento autónomo de los medios de producción instalados en el sector 1 es más lento que en el sector 2 $(\gamma_{01} < \gamma_{02})$ debido, por ejemplo, a que el sector 1 requiere de infraestructura más amplia y sofisticada que el sector 2, y por tanto, su instalación y puesta en funcionamiento es más lenta. **(S)** Hay barreras que limitan el acceso de capitales al sector 2 $(0 < \Theta < 1)$ debido, por ejemplo, a que dicho sector enfrenta un elevado riesgo pues depende de la limitada capacidad de consumo de los trabajadores. Si se resta (58') y (59') y se aplican los demás supuestos del modelo, se obtiene:

$$g_{A1} - g_{A2} = g_x = \gamma(\pi_1 - \Theta\pi_2) - (\gamma_{02} - \gamma_{01}),$$

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 > 0 \tag{62'}$$

La expresión (62') es similar a la ecuación (8.55) planteada por Dutt (1990, p. 180) para representar una diferencia persistente de las tasas de ganancia en el equilibrio de largo plazo.[10] Si se reemplaza (62) por (62') y se junta con (54) a (57) se obtiene un sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas alternativo al sistema presentado en la subsección sobre la dinámica de la competencia intersectorial. Al resolver dicho sistema se obtiene una nueva ecuación diferencial que define la dinámica de la distribución sectorial del empleo *x* pero que ahora depende de los parámetros adicionales $\gamma_{01}, \gamma_{02}, \Theta$:

$$\frac{dx}{x} = g'_x = f(x, h_i, a_i, s_i, q_i, \rho, \gamma, w, \gamma_{01}, \gamma_{02}, \Theta) \tag{63'}$$

10 Dutt (1990) plantea su ecuación para modelos Norte-Sur donde el mayor riesgo se asocia al Sur.

Esos nuevos parámetros provocan que la solución del nuevo sistema de ecuaciones lleve a que las tasas de ganancia sectoriales de largo plazo no se igualen a una tasa media, sino que difieran según la siguiente expresión:

$$\pi_1 = \Theta\pi_2 + \frac{\gamma_{02} - \gamma_{01}}{\gamma} \quad \rightarrow \quad g_x = 0 \tag{65'}$$

Como $0 < \Theta < 1$ y $\frac{\gamma_{02}-\gamma_{01}}{\gamma} > 0$, no se puede definir de antemano si $\pi_1 > \pi_2$ o viceversa. Lo que sí se puede decir, es que $\pi_1 \neq \pi_2$. Igualmente, la distribución sectorial del empleo x no coincidirá con x^* ni siquiera en el largo plazo. Así, siguiendo a Semmler (1981), puede decirse que la diferencia entre tasas de ganancia –y el valor efectivo al que converja x– a largo plazo dependerán de las condiciones concretas de la competencia intersectorial (representadas en $\gamma_{01}, \gamma_{02}, \Theta$). Estas consideraciones adicionales complejizan aún más la posibilidad de un equilibrio sectorial en la economía capitalista y su convergencia a "centros de gravedad" homogéneos.

4. Conclusiones

Los esquemas de reproducción simple y ampliada planteados por Marx han dejado huellas en el pensamiento económico, además que ayudan a comprender cuán complejo resulta mantener los equilibrios sectoriales. En ese sentido, el presente artículo ha revisitado la reproducción capitalista desde un modelo que combina tres elementos: la identificación de condiciones de equilibrio para los mercados de medios de producción y de consumo, el planteamiento de redes de flujos monetarios que permiten interpretar la reproducción capitalista desde una perspectiva markoviana, y la consideración del rol de la competencia intersectorial y sus complejidades.

Entre los resultados del modelo destaca la identificación de varias limitaciones sobre la distribución del empleo para garantizar el equilibrio sectorial, siguiendo y extendiendo intuiciones sugeridas por Harris (1972). A su vez, empleando cadenas de Markov se encontró un patrón en las probabilidades estacionarias del flujo monetario en reproducción ampliada que resulta útil para reinterpretar la expresión monetaria del tiempo de trabajo. En cuanto a la competencia intersectorial, se construyó tanto un sistema de ecuaciones que describe la dinámica del movimiento de capitales que reaccionan ante diferenciales en las tasas de ganancia, como un conjunto de soluciones de equilibrio de largo plazo para la distribución sectorial del empleo, los precios de producción sectoriales y la tasa media de ganancia. Desde esas soluciones se dio una interpretación –preliminar y simplificada– del efecto de los salarios, destacando una relación inversa entre tasa de media de ganancia y salarios. Asimismo, se elaboró una breve variante de la competencia intersectorial que permite diferenciales de largo plazo en las tasas de ganancia y que complejiza aún más las posibilidades del equilibrio sectorial.

Pero quizás, el principal aporte de este artículo sea brindar un esquema general sobre la reproducción capitalista que puede profundizarse de varias formas. De tal manera que, pueden incluirse interpretaciones en red más complejas incluyendo sectores adicionales o con flujos monetarios más complicados, por ejemplo, redes financieras. También puede plantearse que la matriz de transición monetaria podría cambiar en el tiempo por la acumulación capitalista a causa, por ejemplo, de cambios técnicos o cambios distributivos al estilo del modelo de Goodwin (1967). Otra extensión podría incluir una definición más refinada de la expresión monetaria del tiempo de trabajo probando varias interpretaciones disponibles en la literatura (véase Moseley, 2016). También sería llamativo extender las implicaciones de la hipótesis de asimetría representada en la expresión (28). Asimismo, podrían incorporarse tasas de uso de capacidad instalada sectoriales que se definirían a corto plazo previo al surgimiento de la tasa media de ganancia (véase Dutt, 1990). Finalmente, podrían incluirse asimetrías adicionales en los flujos de capitales siguiendo varias intuiciones disponibles en Semmler (1981 y 1984), Botwinick (2017) y similares.

Seguramente estas y otras reflexiones futuras reforzarán –o bien refutarán– varias de las intuiciones dejadas por Marx sobre cuán compleja es la reproducción capitalista. Estudiar tal complejidad es importante si se desea tener mejores herramientas para comprender y enfrentar las crisis asociadas al "caos" de una competencia pensada más en el lucro que en el equilibrio social.

Agradecimientos

Se agradece a Amitava Dutt, Wilson Pérez y Marco Missaglia por los comentarios otorgados a versiones previas del presente modelo. Igualmente, se agradece a los evaluadores que contribuyeron a mejorar notablemente la versión final del artículo.

Bibliografía

Araujo, R. A. y Teixeira, J. R. (2015). A multi-sectoral version of the post-Keynesian growth model. *Estudos Econômicos (São Paulo)*, *45(1).* https://doi.org/10.1590/0101-4161201545127raj

Basu, D. (2021). *The logic of capital: An introduction to marxist economic theory*. Cambridge University Press.

Baumol, W. J. y ten Raa, T. (2009). Wassily Leontief: In appreciation. *The European Journal of the History of Economic Thought*, *16(3)*. https://doi.org/10.1080/09672560903101385

Botwinick, H. (2017). *Persistent inequalities: Wage disparity under capitalist competition*. Brill.

Bronfenbrenner, M. (1966). The Marxian macro-economic model: Extension from two departments. *Kyklos*, *19(2)*. https://doi.org/10.1111/j.1467-6435.1966.tb02501.x

Burkett, P. (2004). Marx's reproduction schemes and the environment. *Ecological Economics*, *49(4)*. https://doi.org/10.1016/j.ecolecon.2004.02.007

Cockshott, W. P. (2016). *Marxian reproduction prices versus prices of production: Probability and convergence*. https://eprints.gla.ac.uk/116697/1/116697.pdf

Cogliano, J. F., Veneziani, R. y Yoshihara, N. (2020). Computational methods and classical-Marxian economics. *Institute of Economic Research, Hitotsubashi University Discussion Paper Series*, *716*. https://www.qmul.ac.uk/sef/research/workingpapers/2020/items/913.html

Desai, M. (2019). A history of Marxian economics 1960-2010. En A. Sinha y A. M. Thomas (eds.). *Pluralistic economics and its history* (pp. 55-66). Routledge.

Desai, M. y Veneziani, R. (2009). Rosa Luxemburg's critique of Marx's schemes of reproduction. En R. Bellofiore (ed.). *Rosa Luxemburg and the critique of political economy* (pp. 24-33). Routledge.

Diaz, E. y Velasco, F. (2016). The transformation of values into prices of production in Marx's scheme of expanded reproduction. *Review of Radical Political Economics*, *48(3)*. https://doi.org/10.1177/0486613415594146

Dutt, A. K. (1988). Convergence and equilibrium in two sector models of growth, distribution and prices. *Journal of Economics*, *48(2)*. https://doi.org/10.1007/BF01234607

______ (1990). *Growth, distribution and uneven development*. Cambridge University Press.

______ (1997). Profit-rate equalization in the Kalecki-Steindl model and the "over-determination" problem. *The Manchester School*, *65(4)*. https://doi.org/10.1111/1467-9957.00074

Ferrer Ramírez, S. (2009). La asimetría en los esquemas de reproducción de Marx. *Cuadernos de Economía*, *28(51)*. https://revistas.unal.edu.co/index.php/ceconomia/article/view/12061

Foley, D. (1983). Money and effective demand in Marx's scheme of expanded reproduction. En P. Desai (ed.). *Marxism, central planning, and the soviet economy: Economic essays in honor of Alexander Erlich* (pp. 19-33). MIT Press.

______ (1986). *Understanding capital. Marx's economic theory*. Harvard University Press.

Goodwin, R. (1967). A growth cycle. En C. H. Feinstein (ed.). *Socialism, capitalism and economic growth. Essays presented to Maurice Dobb* (pp. 54-58). Cambridge University Press.

Harcourt, G. C. y Kriesler, P. (2016). Michael Kalecki and Rosa Luxemburg on Marx's schemes of reproduction: Two incisive interpreters of capitalism. En J. Halevi, G. C. Harcourt, P. Kriesler y J. Nevile (eds.). *Post-Keynesian essays from down under volume I: Essays on Keynes, Harrod and Kalecki* (pp. 254-264). Springer.

Harris, D. J. (1972). On Marx's scheme of reproduction and accumulation. *Journal of Political Economy*, *80(3, Part 1)*. http://dx.doi.org/10.1086/259902

Hilferding, R. ([1910] 2019). *Finance capital: A study in the latest phase of capitalist development*. Routledge.

Itoh, M. (2020). *Value and crisis: Essays on Marxian economics in Japan*. Monthly Review Press.

Kalecki, M. (1967). The problem of effective demand with Tugan-Baranovskij and Rosa Luxemburg. En J. Osiatynski (ed.). *Collected Works of Michael Kalecki* (pp. 459-466). Oxford University Press.

______ (1968). The Marxian equations of reproduction and modern economics. *Social Science Information*, 7(6). https://doi.org/10.1177/053901846800700609

Koshimura, S. (1975). *Theory of capital reproduction and accumulation*. DPG, Publishing Co.

Laibman, D. (1992). Cyclical growth and intersectoral dynamics: A simulation approach. En J. Halevi, D. Laibman y E. Nell (eds.). *Beyond the steady state* (pp. 323-348). Springer.

Leontief, W. y Brody, A. (1993). Money-flow computations. *Economic Systems Research*, *5(3)*. https://doi.org/10.1080/09535319300000019

Luxemburg, R. ([1913] 2015). *The accumulation of capital*. Routledge.
Marx, K. ([1863] 1980). *Teorías sobre la plusvalía II*. Fondo de Cultura Económica.
______ ([1867] 2009a). *El capital. Crítica de la economía política. Libro primero. El proceso de producción del capital.* Siglo XXI Editores.
______ ([1885] 2009b). *El capital. Crítica de la economía política. Libro segundo. El proceso de circulación del capital.* Siglo XXI Editores.
______ ([1894] 2009c). *El capital. Crítica de la economía política. Libro tercero. El proceso global de la producción capitalista.* Siglo XXI Editores.
______ ([1861-1863] 2010). *Economic manuscripts of 1861-63* (vol. 32). International Publishers.
Morishima, M. (1973). *Marx's economics: A dual theory of value and growth*. Cambridge University Press.
Moseley, F. (2016). *Money and totality: A Macro-monetary interpretation of Marx's logic in capital and the end of the "transformation problem"*. Brill.
Nikaido, H. (1983). Marx on competition. *Zeitschrift für nationalökonomie*, *43(4)*. https://doi.org/10.1007/BF01283185
______ (1985). Dynamics of growth and capital mobility in Marx's scheme of reproduction. *Zeitschrift für Nationalökonomie/Journal of Economics*, *45(3)*. https://www.jstor.org/stable/41796326
Okishio, N. (1993). On Marx's reproduction scheme. En J. Cunningham Wood (ed.). *Karl Marx's economics: Critical assessments* (pp. 46-66). Routledge.
Olsen, E. K. (2015). Unproductive activity and endogenous technological change in a Marxian model of economic reproduction and growth. *Review of Radical Political Economics*, *47(1)*. https://doi.org/10.1177/0486613413518726
Robinson, J. (1951). Introduction. En R. Luxemburg. *The accumulation of capital* (pp. xxi-xxxvii). Routledge.
______ (1956). *The accumulation of capital*. Macmillan.
______ (1962). *Essays in the theory of economic growth*. Macmillan.
Roemer, J. E. (1978). Marxian models of reproduction and accumulation. *Cambridge Journal of Economics*, *2(1)*. https://www.jstor.org/stable/23596685
______ (1981). *Analytical foundations of Marxian economic theory*. Cambridge University Press.
Rosdolsky, R. (1977). *The making of Marx's "Capital"*. Pluto Press.

Rotta, T. (2020). *Effective demand and prices of production: An evolutionary approach*. https://mpra.ub.uni-muenchen.de/97910/1/MPRA_paper_97910.pdf

Semmler, W. (1981). Competition, monopoly, and differentils of profit rates: Theoretical considerations and empirical evidence. *Review of Radical Political Economics*, *13(4)*. https://doi.org/10.1177/048661348201300405

______ (1984). *Competition, monopoly, and differential profit rates*. Columbia University Press.

Shaikh, A. (1977). Marx's theory of value and the "Transformation Problem". En J. Schwartz (ed.). *The subtle anatomy of capitalism* (pp. 106-139). Goodyear.

______ (1978). An introduction to the history of crisis theories. En Union for Radical Political Economics. *U.S. capitalism in crisis* (pp. 219-241). URPE/EEP.

______ (2016). *Capitalism: Competition, conflict, crises*. Oxford University Press.

Sherman, H. (1971). Marxist models of cyclical growth. *History of Political Economy*, *3(1)*. https://doi.org/10.1215/00182702-3-1-28

Sraffa, P. (1960). *Production of commodities by means of commodities: Prelude to a critique of economic theory*. Cambridge University Press.

Sweezy, P. (1942). *The theory of capitalist development*. Oxford University Press.

Trigg, A. (2006). *Marxian reproduction schema: Money and aggregate demand in a capitalist economy*. Routledge.

Tsoulfidis, L. y Tsaliki, P. (2019). *Classical political economics and modern capitalism*. Springer.

Tugan-Baranovskij, M. I. (1905). *Theoretische Grundlagen des Marxismus*. Duncker & Humblot.

Veronese Passarella, M. (2019). A Marx "crises" model. The reproduction schemes revisited. En T. Gabellini, S. Gasperin y A. Moneta (eds.). *Economic crisis and economic thought. Alternative theoretical perspectives on the economic crisis* (pp. 135-165). Routledge.